

ABSTRAK

Diberikan $M_{n \times n}(R[X])$ himpunan matriks dengan elemen-elemennya dalam polinomial $R[X]$ dan $(M_{n \times n}(R))[X]$ himpunan polinomial dalam X dengan koefisien dari matriks $M_{n \times n}(R)$. Ring $M_{n \times n}(R[X])$ dan ring $(M_{n \times n}(R))[X]$ isomorfik

melalui pemetaan $\psi(A) = \sum_{j=0}^p A_j X^{p-j}$, $A \in M_{n \times n}(R[X])$.

Diberikan $A \in M_{n \times n}(R)$. Polinomial karakteristik dari A , ditulis $C_A(X)$, didefinisikan sebagai $C_A(X) = \det(XI_n - A)$. Dalam theorema Cayley – Hamilton disebutkan bahwa untuk setiap matriks A , $C_A(A) = 0$.

BAB I

PENDAHULUAN

Dewasa ini teori aljabar linear matriks banyak digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan yang timbul dalam berbagai macam disiplin ilmu. Misalnya saja dalam Statistika, Program Linear, Riset Operasi dan metode kuantitatif lainnya. Dalam kuliah-kuliah aljabar telah disinggung mengenai Teori Ring, Ideal, Field, Ruang Vektor, Ring Polinomial dan Matriks (khususnya Matriks atas Field). Teori-teori tersebut dalam Tugas Akhir ini kemudian dijadikan sebagai dasar teori.

Penulis menitikberatkan pembahasan dalam Tugas Akhir ini pada suatu bentuk matriks A yang elemen-elemennya berupa suatu polinomial $R[X]$ dan suatu polinomial $R[X]$ yang koefisiennya berupa matriks A . Oleh karena isomorfisma antar keduanya dan setelah diperoleh persamaan polinomial karakteristik dari matriks A , maka Theorema Cayley-Hamilton menyebutkan bahwa polinomial karakteristiknya adalah nol. Akibatnya dapat dicari invers dari matriks A tersebut. Matriks A dalam hal ini adalah matriks yang berukuran $n \times n$ (matriks bujur sangkar).

Tugas Akhir ini bertujuan untuk mempelajari Theorema Cayley-Hamilton dan apakah theorema tersebut berlaku pada matriks atas ring komutatif (matriks yang elemennya berasal dari ring yang komutatif) serta akibat yang ditimbulkan apabila theorema tersebut berlaku pada suatu ring matriks.

Sistematika penulisan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut ; bab I merupakan pendahuluan ; tinjauan pustaka dalam bab II berisi tentang : Ring ; Ring Polinomial ; Algoritma Pembagian ; Field dan Ruang Vektor ; Irreducible Polinomial ; Matriks Invertible ; dan Polinomial Matriks ; pada bab III akan dibahas mengenai Theorema Cayley-Hamilton pada matriks yang anggotanya berasal dari ring komutatif berikut penerapannya dalam soal, Homomorfisma R-aljabar serta hubungan antara ideal nol N_A dengan polinomial karakteristik $C_A(X)$; dan akhir dari Tugas Akhir ini diberikan kesimpulan dari pembahasan yang telah diuraikan sebelumnya.